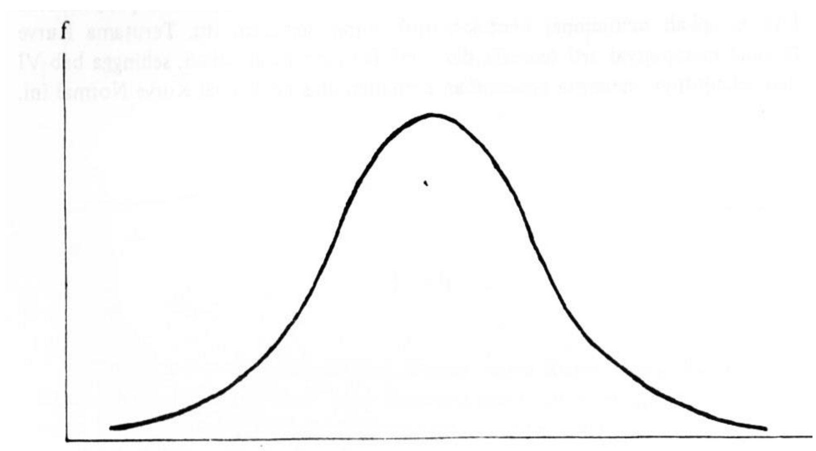
3
PENGUKURAN GEJALA PEMUSATAN

Ukuran gejala pemusatan atau juga dikenal *measure of central tendency* adalah dimaksudkan sebagai parameter atau keterpusatan data. Ukuran keterpusatan data ini digunakan untuk mendapatkan gambaran yang lebih jelas dari suatu persoalan yang terhimpun dalam sekumpulan data. Pengamatan sehari-hari menunjukkan bahwa tiap orang tidak menunjukkan kesamaan dalam sesuatu hal. Kecerdasan, tinggi badan, berat badan, penghasilan, dan sebagainya, bagi tiap orang kebanyakan tidaklah sama.

Bilamana sejumlah besar orang kita selidiki salah satu sifatnya, dan kita buat grafik poligon dari distribusi sifat itu, maka akan kita jumpai grafik kurang lehih sebagai berikut :



GRAFIK 20

Kalau yang kita selidiki itu "kecerdasan," maka akan kita lihat bahwa sebagian terbesar dari orang yang kita selidiki mempunyai kecerdasan yang "normal." Dan bilamana kita ambil angka 100 sebagai indeks (ukuran) normalitas, maka sebagian terbesar orang yang kita selidiki akan mempunyai angka kecerdasan di sekitar 100. Hanya sebagian kecil saja dari mereka yang angka kecerdasannya menyimpang jauh dari indeks normalitas itu.

Salah satu tugas dari statistik adalah mencari suatu angka di sekitar mana nilai-nilai dalam suatu distribusi memusat. Angka yang menjadi pusat sesuatu distribusi disebut "*tendensi sentral*."

Ada tiga macam cara yang biasa digunakan untuk menentukan besarnya gejala pemusatan (tendensi sentral) itu. Ketiga gejala pemusatan tersebut adalah Mean, Median, dan Mode. Ketiganyamempunyai cara-cara menghitung yang berbeda-beda, dan mempunyai arti yangberbeda pula sebagai alat untuk mengadakan deskripsi sesuatu distribusi.

3.1 MEAN (RATA-RATA)

Arti daripada mean tidak lain adalah "angka rata rata hitung." Istilah Mean akan tetap dipakai disini oleh karena sudah lazim digunakan dalam statistik. Dariaritmetik Mean adalah *"jumlah nilai-nilai dibagi dengan jumlah individu."* Penegasan ini dapat kita pahami dari contohsebagai berikut.

Ada tiga orang anak dengan berat badanmasing-masing 10, 15, dan 20 kg. Rata-rata berat badan mereka adalah 15 kg. Ini dicari dengan cara sebagai berikut :

Berat badan rata-rata = $\frac{10+15+20}{3} = \frac{45}{3} = 15$

Dari kenyataan itu dapat dikemukakan rumus Mean sebagai berikut :

$$\text{Mean} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 ... X_{n-1} + X_n}{N} \qquad (2)$$

dalam mana X_1, X_2, dan seterusnya adalah nilai-nilai individual, dan N adalah jumlah individu dalam distribusi.

Rumus itu disingkat sebagai berikut :

$$M = \frac{\Sigma X}{N} \qquad (3)$$

Simbul∑adalah huruf Junani yang disebut "Sigma" dan mempunyai arti jumlah.

MEAN YANG DITIMBANG

Bilamana ada empat orang yang berat badannya 10 kg, seorang yang berat badan 15 kg, dan seorang lagi memilki berat badan 20 kg, maka Mean dariberat badan mereka tidak lagi 15 kg, melainkan 12,50 kg. Hal ini dapat dicari dengan tabel sebagai berikut :

TABEL 12

TABEL UNTUK CONTOH MENCARI MEAN YANG DITIMBANG

Penghasilan (X)	Frekuensi (f)	fX
20	1	20
15	1	15
10	4	40
	N = 6	∑ fX = 75

Rumus Mean yang ditimbang adalah sebagai berikut :

$$M = \frac{\Sigma fX}{N} \qquad (4)$$

Diisi dengan bahan-bahan dari Tabel 12 :

$$M = \frac{75}{6} = 12{,}50$$

Tampaklah bahwa rumus di atas pada dasarnya sama saja dengan rumus yang sudah dikemukakan. Mean yang ditimbang adalah Mean yang memperhitungkan frekuensi tiap-tiap nilai variabel. Selanjutnya yang dimaksudkan dengan mean adalah mean yang ditimbang.

MENGHITUNG MEAN DARI DISTRIBUSI BERGOLONG

Contoh di atas itu adalah contoh menghitung mean dari distribusi tunggal. Menghitung mean dari distribusi bergolong pada hakekatnya tidak berbeda dengan menghitung mean dari distribusi tunggal. Rumus yang sudah dikemukakan berlaku sepenuhnya di sini. Hanya saja nilai X di sini tidak lagi mewakili nilai variabel individual, melainkan mewakili "Titik Tengah atau mid point" interval kelas. Di bawahadalah contoh menghitung mean dari distribusi bergolong.

Sekali lagi perlu diingatkan di sini bahwa X adalah mewakili "titik tengah" atau “mid point” dari interval kelas dalam distribusi.

TABEL 12
TABEL UNTUK CONTOH MENGHITUNG MEAN DARI DISTRIBUSI BERGOLONG

Interval Nilai	Titik Tengah (X)	f	fX
145 — 149	147	1	147
140 — 144	142	3	426
135 — 139.	137	5	685
130 — 134	132	8	1056
125 — 129	127	11	1397
120 — 124	122	17	2074
115 — 119	117	21	2457
110 — 114	112	22	2464
105 — 109	107	24	2568
100 — 104	102	20	2040
95 — 99	97	15	1455
90 — 94	92	12	1104
85 — 89	87	6	522
80 — 84	82	2	164
Jumlah -- N = 167		∑fx = 18559	

$$M = \frac{\Sigma fX}{N}$$

$$M = \frac{18.556}{167} = 111,13$$

MENGHITUNG MEAN DARI DISTRIBUSI BERGOLONG DENGAN RUMUS TERKAAN

Dalam menghitung mean dari distribusi bergolong waktu kita akan sangat dihemat oleh penggunaan rumus Mean Terkaan. Dan oleh karena kita tidak terlibat pada angka-angka yang besar-besar, maka kemungkinan membuat kekeliruan adalah sedikit sekali. Rumus ini sangat praktis, terutama bilamana tidak tersedia mesin hitung.

Istilah "terkaan" jangan diartikan "raba-raba," sebab akhirnya "kesalahan" oleh terkaan itu dikoreksi kembali. Mean terkaan boleh juga disebut Mean Kerja, sebab mean terkaan itu digunakan untuk pangkal bekerja.

Langkah-langkah untuk menghitung mean dengan mean terkaan adalah sebagai berikut :

1. Menerka sesuatu Mean. Terkaan ini boleh semau kita.
2. Mencari deviasi nilai-nilai individual dari mean terkaan itu. Deviasi-deviasi di atas mean terkaan diberi tanda plus, sedang di bawahnya diberi tanda minus.
3. Mengalikan deviasi tiap-tiap nilai itu dengan frekuensinya.
4. Menjumlahkan deviasi yang sudah dikalikan dengan frekuensi itu.
5. Mengisikan bahan-bahan yang sudah diperoleh itu ke dalam rumus.

Untuk memahami langkah-langkah itu baiklah kita lihat contoh di bawah ini sebagai berikut :

TABEL 13
TABEL UNTUK MENGHITUNG MEAN DENGAN MENGGUNAKAN RUMUS MEAN TERKAAN

Interval Nilai	f	x’	fx’	
145 — 149	1	+8	+8	
140 — 144	3	+7	+21	
135 — 139.	5	+6	+30	
130 — 134	8	+5	+40	+258
125 — 129	11	+4	+44	
120 — 124	17	+3	+51	
115 — 119	21	+2	+42	
110 — 114	22	+1	+22	
105 — 109	24	0	0	

100 — 104	20	-1	-20	
95 — 99	15	-2	-30	
90 — 94	12	-3	-36	-120
85 — 89	6	-4	-24	
80 — 84	2	-5	-10	
Jumlah N =167		-	∑fx' = 138	

Rumus untuk menghitung Mean dengan Mean Terkaan adalah :

$$M = MT + \left[\frac{\Sigma fx'}{N}\right] i \qquad (5)$$

dalam mana

M : Mean yang kita cari, Mean yang sebenarnya,
MT : Mean Terkaan atau Mean Kerja,
∑fx' : Jumlah Deviasi Kesalahan akibat terkaan,
N : Jumlah individu, jumlah frekuensi, dan
i : Lebar interval

Langkah 1 : Yang kita jadikan mean terkaan dalam distribusi di atas adalah interval 105 — 109. Pada interval ini telah kita ben tanda garis tebal. Titik tengah dari interval ini adalah 107. Karena Mean harus merupakan satu angka, maka titik tengah 107 ini yang kita sebut Mean Terkaan (MT).

Langkah 2 : Huruf x' yang dicantumkan dalam kolom ke tiga itu adalah deviasi dari mean terkaan. Sebab itu pada baris yang berisi mean terkaan deviasinya sama dengan nol. Selanjutnya deviasi-deviasi diatas mean kita beri tanda positif dan deviasi-deviasi di bawah mean kita beri tanda negatif. Deviasi di atas mean secara berturut-turut dari bawah ke atas kita beri kode angka-angka +1, +2, +3, dan seterusnya. Deviasi di bawah mean kita beri kode dari atas ke bawah —1, —2, dan selanjutnya.

Langkah 3 : Perkalian antara deviasi tiap-tiap nilai dengan frekuensinya masing-masing kita cantumkan dalam kolom keempat.

Langkah 4 : Deviasi-deviasi yang sudah dikalikan dengan frekuensi itu kita jumlahkan. Jumlah dari deviasi-deviasi ini disebut jumlah deviasi kesalahan. Dan distribusi di atas jumlah deviasi kesalahannya ada 138.

Langkah 5 : Apa yang sudah kita ketahui dari bahan-bahan tersebut di atas adalah:

MT = 107
∑fx' = 138
N = 167
i = 5

Dengan mengisikan apa yang sudah kita ketahui itu ke dalam rumusnya, maka akan kita peroleh hasil sebagai berikut :

$$\text{MT} = \text{MT} + \left[\frac{\Sigma fx'}{N}\right] i = 107 + \frac{138}{167} \text{ x } 5 =$$
$$= 107 + 0{,}826 \text{ x } 5 = 107 + 4{,}13 = 111{,}13.$$

Kita lihat ada kecocokan antara hasil mean yang dikerjakan dengan menggunakan rumus biasa dengan yang menggunakan rumus mean terkaan, dari satu distribusi yang sama. Satu keuntungan yang terang dengan menggunakan rumus mean terkaan ini ialah kita tidak terlibat pada angka-angka yang besar-besar. Dengan demikian kemungkinan kekeliruan juga sedikit sekali.

Komponen $\left[\frac{\Sigma fx'}{N}\right] i$ dalam rumus kita itu adalah komponen koreksi. Bilamana mean terkaan (disingkat MT) terlalu tinggi, maka komponen itu akan merupakan bilangan negatif. Sebaliknya bilamana MT kita terlalu rendah dari pada mean yang sebenamya, komponen itu akan positif. Dalam contoh tersebut di atas MT kita terlalu rendah (yang sebenarnya adalah 111,13, sedang MT kita hanya 107). Sebab itu komponen koreksinya merupakan bilangan positif sebesar 4,13, untuk menambah MT = 107 menjadi M = 111,13.

Bilamana MT kita tepat, maka $\sum$fx akan sama dengan nol, sehingga $\left[\frac{\Sigma fx'}{N}\right] i$ = nol. Kenyataan ini masuk akal sekali, sebab kalau mean terkaannya sama dengan mean yang sebenarnya, maka kita tidak usah mengadakan koreksi lagi.

Latar belakang rumus ini adalah sebagai berikut :

Mean adalah suatu titik, suatu nilai yang terletak tepat di tengah-tengah distribusi. Sebab itu jika deviasi-deviasi di bawah mean dijumlahkan dengan deviasi-deviasi di atas mean, hasilnya harus sama dengan nol. Ini dapat kita pahami dari contoh sederhana seperti berikut :

Mean dari berat badan ketiga orang itu adalah 15 kg, (diperoleh dari Rp. 45,- : 3). Deviasi berat badan A dari mean adalah -5 kg, sedang deviasi berat badan C dari mean adalah +5 kg,. Jumlah deviasi-deviasi berat badan A dan C adalah –5 kg, ditambah + 5, sama dengan 0 kg, Dengan simbol :

$$\sum x = 0 \qquad (6)$$

Karena adanya unsur ‘terkaan' maka jumlah deviasi-deviasi jarang sekali sama dengan nol. Oleh sebab itu harus diadakan koreksi terhadap kesalahan yang diakibatkan oleh terkaan itu. Arah koreksi (positif atau negatif) sangat tergantung kepada apakah terkaan kita terlalu tinggi ataukah terlalu rendah.

Untuk membuktikan bahwa dengan terkaan yang terlalu tinggipun akan kita peroleh mean yang sama, marilah kita ikuti contoh berikut :

TABEL 14
REPRODUKS1 DARI TABEL 13

Interval Nilai	f	x’	fx’	
145 — 149	1	+5	+ 5	
140 — 144	3	+4	+12	
135 — 139.	5	+3	+15	
130 — 134	8	+2	+16	+59
125 — 129	11	+1	+11	
120 — 124	17	0	0	
115 — 119	21	-1	-21	
110 — 114	22	-2	-44	
105 — 109	24	-3	-72	
100 — 104	20	-4	-80	
95 — 99	15	-5	-75	
90 — 94	12	-6	-72	-422
85 — 89	6	-7	-42	
80 — 84	2	-8	-16	
Jumlah	N = 167	-	∑fx’ =	-363

$$MT = MT + \left[\frac{\Sigma fx'}{N}\right] i = 122 + \left[\frac{-363}{167}\right] 5 =$$

$$= 122 + (-2{,}174) \times 5 = 122 - 10{,}870 = 111{,}13.$$

Dalam contoh di atas kita menggunakan nilai 122 (yaitu titik tengah interval yang dicoret tebal) sebagai MT kita. Dan contoh tersebut di atas nampak dengan jelas bahwa dengan menggunakan mean terkaan di manapun, hasilnya akan sama saja. Akan tetapi sebaiknya kita tidak mencoba meletakkan mean terkaan pada bagian ujung distribusi (ujung atas atau ujung bawah), sebab dengan demikian kita akan terlibat padaangka-angka yang lebih besar. Kalau demikian keadaannya maka tidak ada artinya kita menggunakan rumus yang dimaksudkan untuk menghemat tenaga dan mencegah kemungkinan membuat kekeliruan itu.

1.2 MEDIAN

Median dapat dibatasi sebagai "suatu nilai yang membatasi 50 per sen frekuensi distribusi bagian bawah dengan 50 per sen frekuensi distribusi bagian atas."

Perlu dicatat bahwa, seperti juga mean, median mungkin sekali tidak menjadi "milik" dari salah satu individu dalam distribusi. Hal ini akan menjadi jelas setelah kita bicarakan lebih lanjut.

Kita misalkan ada distribusi penghasilan dari tujuh orang seperti tersebutdalam tabel di bawah ini.

Menurut definisinya, median adalah suatu nilai yang membatasi 50 per sen dari frekuensi distribusi sebelah atas dan 50 per sen frekuensi distribusi sebelah bawah. Dalam distribusi tersebut di atas nilai yang dimiliki oleh individu nomor empat-lah yang menjadi batas itu. Dikatakan, median dari distribusi itu adalah Rp14,- Individu nomer 4 itu membatasi separo individu di atas dan separo lagi di bawahnya.

TABEL 14
TABEL DISTRIBUSI PENGHASILAN FIKTIF UNTUK
CONTOH MENCARI MEDIAN

Individu	Penghasilan	
1	Rp.	10
2		12
3		13
4		14
5		16
6		16
7		20

Dan contoh itu nampak dengan jelas bahwa median hanya tergantung kepada banyaknya frekuensi, tidak tergantung kepada variasi variabel. Kalau sekiranya individu nomor empat itu berpenghasilan Rp.16,—, maka mediannya akan menjadi Rp.16,—.

MEDIAN PADA DISTRIBUSI DENGAN FREKUENSI GENAP

Bilamana suatu distribusi mempunyai frekuensi genap, maka median dihitung secara kompromi, yaitu dengan membagi dua nilai-nilai variabel yang ada di tengah-tengah distribusi. Misalkan ada empat orang yang masing-masing mempunyai tinggi badan 162, 162, 164 dan 166 cm., maka median tinggi badan empar orang itu ada 163 cm.,(diperoleh dari 162 cm. ditambah 164 cm. kemudian dibagi dua). Pemecahan semacam ini sama sekali tidak bertentangan dengan definisi median, sebab angka 163 cm. itu sebagai batas antara tinggi 162 dan 164 cm. membatasi 50 per sen frekuensi variabel di bagian atas, yaitu dua orang, dan 50 per sen frekuensi variabel di bagian bawah distribusi, yaitu dua orang.

MENCARI MEDIAN DARI DISTRIBUSI BERGOLONG

Rumus untuk mencari median dan distribusi bergolong adalah sebagai berikut :

$$\text{Median} = \text{Bb} + \left[\frac{1/2\,N - cfb}{fd}\right] i \qquad (7)$$

dalam mana :

Bb adalah batas bawah (nyata) dari interval yang mengandung median.

cf_b frekuensi kumulatif (frekuensi meningkat) di bawah interval yang mengandung median,

f_d frekuensi dalan interval yang mengandung median,

i lebar interval, dan

N Jumlah frekuensi dalam distribusi.

Penggunaan rumus itu dapat kita lihat dari pekerjaan di bawah ini :

TABEL 15
TABEL UNTUK CONTOH MENGHITUNG MEDIAN DARI DISTRIBUSI BERGOLONG

Interval Nilai	f	x’
100 – 104	1	55
95 – 99	3	54
90 – 94	5	51
85 – 89	9 fd	46
80 – 84	(13)	37
75 – 79	10	(24) ← cfb
70 – 74	6	14
65 – 69	4	8
60 – 64	3	4
55 – 59	1	1

Jumlah	55	-

Pertama harus kita ketahui bahwa untuk menghitung median kita selalu menggunakan kolom yang berisi frekuensi meningkat (frekuensi kumulatif atau cf, periksa kolom ketiga). Kolom ini diperiukan untuk mencari interval mana yang mengandung median. Hal ini dapat kita cari dengan membagi dua jumlah frekuensinya. Dalam contoh di atas, jumlah frekuensinya (atau N) ada 55 Kalau ini kita bagi dua hasilnya sama dengan 27,5 itu. Setelah 1/2 N ini kita ketemukan maka langkah selanjutnya adalah menemukan interval kelas yang mengandung frekuensi kumulatif 27,5 itu. Interval kelas yang kita maksudkan adalah 80 — 84, sebab cf 27,5 terkandung dalam cf 37. Nah, kalau sudah kita ketemukan interval kelas yang mengandung median itu, pekerjaan kita tinggal lagi mengisi rumusnya.

Batas bawah (nyata) atau Bb dari interval yang mengandung median itu adalah 79,50. Separo dari jumlah frekuensinya, atau 112 N, adalah 55/2, sama dengan 27,50. Frekuensi kumulatif di bawah interval yang mengandung median adalah 24 (24 adalah cf di bawah 37, sedang cf 37 adalah cf yang mengandung median). Frekuensi dalam interval adalah 13, sedang lebar interval atau i-nya ada lima. Diisikan dalam rumus kita jumpai perhitungan sebagai berikut :

$$\text{Me} = \text{Bb} + \left[\frac{1/2N - cf_b}{f_d}\right] i = 79{,}50 + \left[\frac{27{,}50 - 24}{13}\right] 5$$

$$= 79{,}50 + \frac{3{,}50\, x\, 5}{13} = 79{,}50 + 1{,}346 = 80{,}846$$

Jadi, median dari distribusi tersebut ada 80,85. Ini adalah nilai variabel yang terdapat dalam interval kelas 80 — 84, dan menjadi batas antara 50 per sen frekuensi di sebelah atas dengan 50 per sen frekuensi di sebelah bawah distribusi. Dengan kata-kata lain, separo dari frekuensi variabel, yaitu 27,5 orang mendapat nilai di atas 80,85, dan separo lagi yaitu 27,5 orang, mendapat nilai di bawah 80,85 itu.

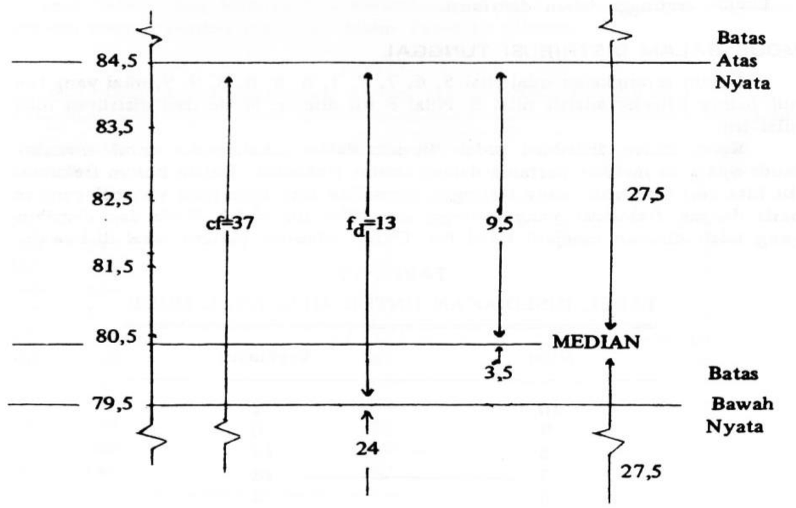
Catatlah, bahwa langkah-langkah yang paling kritik adalah mencari interval kelas mana yang mengandung median. Ini dicari dengan membagi dua jumlah frekuensi seluruhnya (atau N:2). Setelah 1/2 N ini kita ketemukan, kita tandai frekuensi kumulatif yang mengandung 1/2 N itu, dan kita tarik garis tebal pada baris yang mengandung frekuensi kumulatif itu. Dengan demikian interval kelas yang kita maksudkan telah kita ketemukan. Batas bawah (nyata) dari interval adalah separo dari batas bawah semu interval itu dengan batas atas semu interval di bawahnya. Dalam contoh di atas batas bawah nyatanya adalah separo dari 80 ditambah 79, atau sama dengan 79,50. Langkah selanjutnya adalah menemukan cfb. Ingatlah cfb adalah frekuensi kumulatif di bawah interval yang mengandung Median. Ingat juga, fd adalah frekuensi dalam interval yang mengandung median, bukan frekuensi kumulatif di dalam, di atas, atau di bawahnya. Nah, kalau semuanya itu sudah kita ketemukan, tinggal lagi kita mengisikannya ke dalam rumusnya.

BAGAIMANA TERJADINYA RUMUS MEDIAN

Untuk mengerti asal-usul terjadinya rumus median perlu kita ikuti dengan telitipenjelasan di bawah ini :

Distribusi yang digunakan sebagai contoh itu kita perbesar dengan "kaca pembesarkan." Dengan "mikroskop" dalam khayalan ini kita periksai interval yang mengandung median.

Gambarannya kira-kira adalah sebagai terlihat di bawah ini :



Seperti diterangkan di muka, median terletak dalam interval 80 — 84. Batas nyata dari interval ini di atas adalah 84,50, dan di bawah adalah 79,50. Lebar interval itu ada 5.

Frekuensi di dalam interval itu ada 13, di antaranya yang 9,50 (diperoleh dari 37 — 27,50) terletak di atas median, dan 3,50 sisanya (diperoleh dari 27,50 — 24 atau 13 + 9,50) terletak di bawah median.

Oleh karena kita tidak tahu dengan pasti penyebaran atau distribusi frekuensi sebanyak 13 itu di antara lima buah nilai (ingat 1=5) yang ada di dalam interval itu, maka kita mengambil dasar anggapan bahwa frekuensi interval sebanyak 13 itu dibagi rata antara kelima nilai variabel di dalamnya. Dengan deikian median terletak $\frac{3,5}{13}$ dari luas kelas 5 unit di atas batas bawah (nyata)intervalnya. Jadi, mediannya ada 79,50 di tambah 3,5 x 5, sama dengan 80,846atau 80,85.

1.3 MODUS

Modus dapat dibatasi sebagai :

a. dalam Distribusi Tunggal : nilai variabel yang mempunyai frekuensi tertinggi dalam distribusi;
b. dalam Distribusi Bergolong : titik tengah interval kelas yang mempunyai frekuensi tertinggi dalam distribusi.

MODUS DALAM DISTRIBUSI TUNGGAL

Dalam serangkaian nilai-nilai 5, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, nilai yang timbul palingbanyak adalah nilai 8. Nilai 8 itu disebut Modus dari distribusi nilai-nilai itu.

Kalau suatu distribusi sudah disusun dalam tabel, maka untuk mencari Modus-nya kita melihat pertama dalam kolom frekuensi. Dalam kolom frekuensi itu kita can frekuensi yang tertinggi, kemudian kita baca nilai variabel yang se- baris dengan frekuensi yang tertinggi itu. Nilai itu adalah Modus dari distribusi yang telah disusun menjadi tabel itu. Untuk jelasnya, periksa tabel di bawah :

TABEL 16
TABEL DISEDIAKAN UNTUK MENGENAL MODUS

Nilai	frekuensi
10	1
9	0
8	15
7	18
6	4
5	3
4	1
3	1

Frekuensi yang tertinggi dari distribusi tersebut adalah 18. Nilai yang mempunyaifrekuensi tertinggi itu adalah nilai 7. Jadi yang menjadi modusnya adalah nilai 7.

Kalau misalnya nilai variabel yang tercantum dalam distribusi Tabel 18 itu adalah nilai-nilai suatu mata-pelajaran, maka yang menjadi modusnya adalahnilai 7. Artinya dari pada nilai-nilai lainnya, sebagian terbesar murid-murid memperoleh uilai 7 dalam mata-pelajaran itu.

Perlu diperingatkan bahwa modus adalah *nilai, bukan frekuensi* yang tertinggi. Hal ini perlu ditekankan karena tidak sedikit mahasiswa yang keliru mengartikan modus ini. Baca definisinya, modus dalam distribusi tunggal adalah *nilai* variabel yang memperoleh frekuensi terbanyak.

MODUS DALAM DISTRIBUSI BERGOLONG

Bilamana kita telah memahami pengertian tentang modus dalam distribusi tunggal, tidak sukar kiranya kita memahami modus dalam distribusi bergolong. Sebagai contoh periksa distribusi dalam label 19 dibawah ini :

TABEL 17

TABEL UNTUK MENEMUKAN MODUS DARI DISTRIBUSI BERGOLONG

Interval Nilai	f	x’
195 – 199	197	1
190 – 194	192	2
185 – 189	187	3
180 – 184	182	4
175 – 179	177	8
170 – 174	172	10
165 – 169	167	6
160 – 164	162	4
155 - 159	157	4
150 – 154	152	2
145 – 149	147	3
140 – 144	142	1

Frekuensi yang tertinggi dalam distribusi itu adalah 10.. Interval yang mempunyai frekuensi tertinggi itu adalah interval 170 — 174, dan titik—tengah dari interval ini adalah 172. Jadi yang menjadi modus dalam distribusi itu adalah nilai 172.

Definisi yang telah dikemukakan di atas adalah definisi dari apa yang disebut Modus "kasar." Akan tetapi bilamana kita menghitung modus dari distribusi frekuensi, kita membedakan antara apa yang disebut modus "aseli"dari modus "kasar" itu. Modus "aseli" adalah suatu nilai dalam distribusi yang menjadi pemusatan dari nilai-nilai lainnya. Atau dengan kata lain, nilai yang paling banyak timbul dibandingkan dengan nilai-nilai lainnya. Bilamana skala pengukuran diperinci menjadi unit-unit nilai kecil-kecil, bilamana nilai-nilai dicatat seteliti-telitinya, dan bilamana jumlah frekuensinya besar sekali, maka modus "kasar" akan sangat mendekati modus "aseli." Akan tetapi biasanya modus kasar hanya merupakan pendekatan saja kepada modus aseli. Rumus untuk mencari modus yang mendekati aseli, bilamana distribusinya simetri, atau setidak-tidaknya tidak sangat juling, adalah :

$$\text{Modus} = 3 \text{ Median} - 2 \text{ Mean} \qquad (7)$$

Bilamana kita menggunakan formula atau rumus itu untuk mengerjakan bahan dalam Tabel 19, maka modusnya akan kita ketemukan 174,40. Nilai ini ternyata lebih besar sedikit dibandingkan dengan nilai modusyang diperoleh dengan rumus modus kasar, yaitu 172.

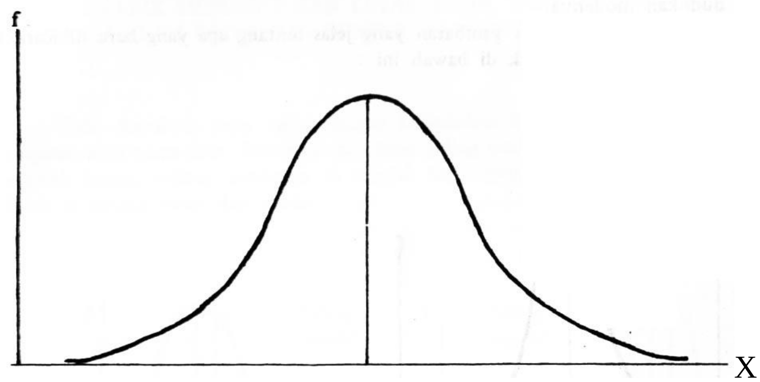
Modus kasar kadang-kadang merupakan pengukuran tendensi sentral yang kurang teliti. Akan tetapi kekurangan ini bukan merupakan kelemahan yang sangat serius seperti nampaknya sepintas lalu. Modus kasar biasanya digunakan sebagai alat pemeriksaan yang sangat sederhana untuk melihat pusat konsentrasi dalam suatu distribusi. Bilamana hanya tafsiran kasar saja yang kita kehendaki maka kita tidak perlu menghitung Mean dan Median yang memakan banyak waktu itu.

Akhirnya perlu ditambahkan sebagai catatan disini tentang kemungkinan adanya distribusi yang mempunyai dua modus. Distribusi yang mempunyai dua modus ini, seperti telah disebutkan di muka, disebut distribusi dwimode. Suatu distribusi disebut dwimode kalau di antara kedua nilai (dalam distribusi tunggal) atau di antara kedua interval (dalam distribusi bergolong) yang mendapat frekuensi tertinggi itu ada terdapat nilai atau interval lain yang lebih rendah frekuensinya.

3.4. TEMPAT KEDUDUKAN MEAN, MEDIAN, DAN MODUS DALAM DISTRIBUSI

Tempat kedudukan Mean, Median, dan Modus dalam satu distribusi sangat tergantung kepada bentuk distribusinya. Kita ingat kembali ada distribusi, yang simetri dan ada yang juling.

Bilamana dari suatu distribusi simetri normal kita hitung mean, median, dan modus-nya, maka akan kita jumpai sifat yang khas, yaitu bahwa ketiga tendensi sentral itu bersekutu satu sama lain. Hal ini mudah kita mengerti, sebab pada distribusi normal, mean membagi dua sama banyak frekuensi variabel di atas dan di bawahnya. Dengan demikian mean ini mempunyai fungsi seperti median. Karena yang menjadi modusdalam distribusi normal adalah nilai yang ada pada mean, maka dengan sendirinya modus itu bersekutu dengan mean. Jadi pada distribusi normal mean, median, dan modus ketiga-tiganya berimpit. Untuk ilustrasi periksailah grafik 15.



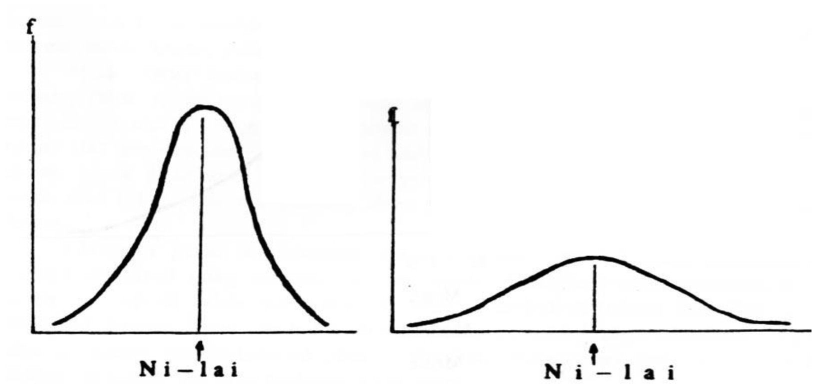
Nilai
Mean
Median
Modus
GRAFIK 21

Sungguhpun demikian janganlah disimpulkan bahwa karena pada distribusi normal mean, median, dan modusnya bersekutu maka bilamana mean, median, dan modus dari suatu distribusi bersekutu maka distribusinya adalah normal (kalau lembu adalah binatang berkaki empat,tidak tepat menyimpulkan bahwa semua binatang berkaki empat adalah lembu). Semua distribusi normal memang mempunyai mean, median, dan modus yang bersekutu; tetapi tidak semua distribusi yang mempunyai mean, median, dan modus yang bersekutu adalah distribusi normal.

Distribusi normal adalah salah satu bentuk distribusi simetri. Distribusi simetri lainnya adalah distribusi trapesium, distribusi dwimode, dan distribusi bentuk bel yang tidak normal. Dalam distribusi yang terakhir ini tempat kedudukan ketiga tendensi sentral itu sama halnya dengan kedudukan mereka dalam distribusi normal.

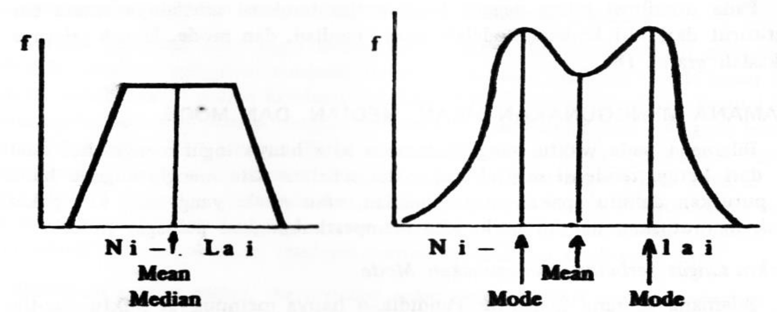
Dalam distribusi trapesium dan distribusi dwimode, mean dan mediannya bersekutu, sedang modus-nya mempunyai kedudukan tersendiri. Pada distribusi dwimode, modusnya ada disamping kiri-kanan mean dan median, sedang pada distribusi trapesium, karena tidak ada modusnya, maka tidak dapat dipersoalkan kedudukan modusnya.

Untuk mendapat gambaran yang jelas tentang apa yang barn dibicarakan,periksailah grafik-grafik di bawah ini :



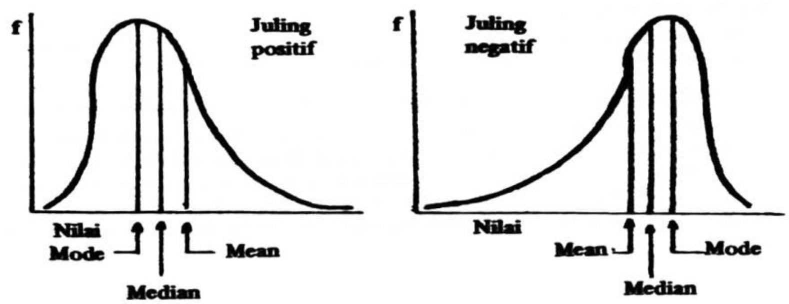
Mean Mean
Median Median
Modus Modus

GRAFIK 22
GRAFIK MENUNJUKKAN LETAK MEAN, MEDIAN,
DAN MODUS DALAM DISTRIBUSI BENTUK BEL TIDAK NORMAL



GRAFIK 23
GRAFIK MENUNJUKKAN LETAK MEAN, MEDIAN,
DAN MODUS DALAM DISTRIBUSI BENTUK TRAPESIUM DAN DWIMODE

Pada distribusi yang juling tempat kedudukan ketiga tendensi sentralnya tespisah satu sama lain. Bilamana distribusi juling positif, mean-nya tedetak di sebelah kanan, sedang modusnya di sebelah kiri. Median dari distribusi itu terietak di antara mean dan modus.



GRAFIK 24
GRAFIK MENUNJU'KKAN KEDUDUKAN MEAN, MEDIAN, DANMODUS DALAM
DISTRIBUSI JULING POSITIF DAN JULING NEGATIF

Pada distribusi juling negatif letak ketiga tendensi sentralnya secara berturut-turut dari kiri ke kanan adalah mean, median, dan modus. Untuk jelasnya periksalah grafik 18.

1.5.BILAMANA MENGGUNAKAN MEAN, MEDIAN, DAN MODUS

Bilamana pada waktu yang bersamaan kita hanya ingin mengetahui salah satu dari ketiga tendensi sentral itu, maka sebelum kita menghitungnya harus kita putuskan dahulu apakah mean, median, atau modus yang akan kita pakai. Untuk memutuskan hal ini perlu kita mempertimbangkan berbagai situasi.

1. *Waktu sangat terbatas, menggunakan Modus*

Bilamana seorang Inspektur Pendidikan hanya mempunyai waktu dua-tiga menit, tidak akan mungkin baginya menghitung mean atau median distribusi kecakapan anak-anak dalam suatu mata pelajaran. Atas dasar pertimbangan ini maka sebagai alat yang "kasar" dia harus puas dengan menggunakan modus sebagai statistik pengukuran tendensi sentral untuk mengetahui memusatnya kecakapan anak-anak.

2. *Kejadian khusus yang membutuhkan Modus*

Suatu perusahaan tidak akan suka menderita kerugian dengan memproduksi barang-barang yang tidak atau kurang laku. Sebaliknya, barang yang paling banyak dibeli konsumen-lah yang harus diproduksi dalam jumlah yang besar. Untuk itu perusahaan itu khususnya membutuhkan tendensi sentral distribusi barang-barang buatan perusahaannya yang berupa modus. Jadi misalnya, kalau suatu perusahaan sepatu tidak ingin menderita kerugian, maka ukuran sepatu yang paling lakulah yang perlu dibuat secara besar-besaran. Demikian juga keadaannya seorang pendidik yang ingin mengetahui permainan apa yang paling digemari oleh anak-anak untuk disalurkan ke arah tujuan pendidikan.

3. *Untuk perhitungan statistik selanjutnya, kita membutuhkan Mean*

Dalam bab-bab selanjutnya akan kita ketahui bahwa mean dapat digunakan untuk memperoleh informasi-informasi yang lebih banyak lagi. Tidak demikian halnya dengan median dan modus yang sekali sudah dipakai sudah kurang sekali faedahnya. Median dan modus adalah statistik terminal (statistik batas). Jika kita menghendaki informasi yang lebih banyak lagi, perhitungan mean menjadi keharusan.

4.*Adanya bahan-bahan yang hiking, Mean tidak dapat dihitung*

Kita misalkan *kita* ingin mengadakan testing kepada sejumlah anak-anak sekolah untuk menetapkan tendensi sentral kecerdasan anak-anak pada umur tertentu. Jarang sekali dalam keadaan demikian kita dapat mengadakan testing kepada anak-anak dari semua tingkat kecerdasan anak-anak dari golongan lemah kecerdasan tidak kita jumpai di sekolah-sekolah biasa. Dengan demikian bahan untuk menghitung mean kurang lengkap adanya. Mean seperti kita ketahui, sangat sensitif terhadap deviasi-deviasi nilai-nilai yang ekstrim. Perhitungan median atau modus akan memberi gambaran taksiran yang dapat memenuhi kebutuhan kita untuk menggambarkan tendensi sentral kecerdasan anak-anak itu.

5.*Distribusi sangat juling, melaporkan salah satu tendensi sentral memberi gambaran yang salah*

Jika keadaan distribusi sangat juling sangat mungkin kita memberi gambaran yang salah bila kita sajikan hanya salah satu tendensi sentral. Ambil sebagai contoh distribusi penghasilan rakyat suatu negara. Untuk keperluan-keperluan propaganda, distribusi penghasilan yang biasa mengikuti kurve juling posttif oleh Pemerintah Negara yang bersangkutan hanya dilaporkan mean-nya. Karena mean dalam distribusi juling positif berkedudukan di atas modus, maka orang akan mendapat gambaran yang kurang tepat tentang penghasilan rakyat negara itu. Ini dapat kita mengerti kalau kita gambarkan misalnya sebagian terbesar orang berpenghasilan Rp.300,—sehari (jadi modusnya ada Rp.300,—), dan ada beberapa orang saja yang berpenghasilan jutaan rupiah. Dengan melaporkan mean, orang memasukkan mereka yang berpenghasilan jutaan rupiah sehari itu. Dengan demikian akan dijumpai mean, misalnya Rp.600,—, sedang sebagian terbesar orang berpenghasilan hanya di sekitar Rp. 300,—.

Sebaliknya, negara musuh akan lebih cenderung untuk melaporkan modus penghasilan dari pada mean-nya. Dernikianlah negara-negara "komunis" akan lebih senang melaporkan modus penghasilan rakyat negara "kapitalis," sedang orang orang dari negara "kapitalis" lebih senang melaporkan modus penghasilan rakyat di negara "komunis."

Kalau tokh diinginkan melaporkan salah satu tendensi sentralnya, kiranya median lebih memenuhi syarat. Kita lihat bahwa dalam distribusi juling, median terletak di tengah-tengah antara mean dan modus. Akan lebih balk kiranya bila dilaporkan ketiga-tiganya, agar pembaca dapat mengambil kesimpulan sendiri ten- tang kenyataannya.

6. *Dari segi stabilitas, Mean adalah tendensi sentral yang paling memuaskan*

Ditinjau dari segi stabilitasnya, mean merupakan tendensi sentral yang paling stabil, diikuti oleh median, kemudian oleh modus. Maksudnya, bila kita menyelidiki suatu kelompok, kemudian mengadakan penyelidikan berturut-turut kepada kelompok yang sejenis, dan kita menghitung ketiga tendensi sentral dari tiap-tiap kelompok itu, maka kita akan menjumpai tendensi-tendensi sentral itu yang berbeda-beda untuk masing-masing kelompok. Akan tetapi perbedaan yang terkecil ialah perbedaan antar mean, sedang modusnya akan menunjukkan perbedaan-perbedaan yang terbesar. Oleh karena kerapkali kita hanya dapat menguji sekelompok kecil anak-anak untuk menaksir kelompok anak-anak yang lebih besar jumlahnya, stabilitas ini merupakan unsur statistik yang sangat penting. Dalam hal semacam ini melaporkan atau mendasarkan diri pada mean akan lebih tepat.

Itulah beberapa faktor yang mempengaruhi pemilihan tendensi sentral. Sebagai kesimpulan dapat di katakan bahwa :

1. Mean biasanya dipilih orang sebagai pengukuran tendensi sentral, terutama bilamana distribusi mendekati normal, sebab mean mempunyai stabilitas yang terbesar dan dapat digunakan sebagai dasar perhitungan statistik selanjutnya.
2. Median adalah nilai variabel yang, di tengah-tengah dan biasanya dipandang paling tepat untuk menggambarkan tendensi sentral bila distribusi menunjukkan "keistimewaan," seperti sangat juling, adanya bahan-bahan yang tidak lengkap, dan semacamnya.
3. Modus rupa-rupanya menjadi suatu alat yang paling sederhana untuk menaksir tendensi sentral dalam keadaan tergesa-gesa, atau bilamana orang mencari keadaan-keadaan yang istimewa (seperti modus ukuran sepatu, dan semacamnya).

Kesimpulan-kesimpulan di atas masih belum menggambarkan semua kemungkinan. Dan perlu kita ketahui bahwa tiap-tiap bahan harus diselidiki sedemikian rupa untuk menetapkan pengukuran tendensi sentral mana yang paling tepat dipilih untuk keperluan-keperluan tertentu.